

Jasmin Sprenger
Pädagogische Hochschule Ludwigsburg
Gmünder Lehrertag, 14.02.2009



Fehler im Mathematikunterricht der Grundschule – und dann?

Fehleranalyse als notwendiges
Diagnoseinstrument

Fehler und Mathematik?



„Erwachsene müssten dieselbe Nachsicht und dieselbe Bewunderung, mit der sie die Sprachentwicklung von Kindern gewöhnlich begleiten, auch für die Entwicklung des mathematischen Denkens aufbringen... Die ersten unbeholfenen Versuche des Kleinkindes, „Mama“ und „Papa“ auszusprechen, werden jubelnd begrüßt. Die ersten Versuche des kleinen Zahlenrechners dagegen, der überlegt, ob 6 plus 5 das Ergebnis 13, 8, 7 oder 10 haben könnte und nicht zielgerichtet auf die 11 zusteuert, werden von Erwachsenen keineswegs mit Sympathie verfolgt. Im Gegenteil, das Kind erntet mehr oder weniger leisen Tadel, weil es angeblich unaufmerksam ist oder sich dumm anstellt.“

(Morgan, 1833)

Fehler und Mathematik?



- In der Mathematik tut man sich schwer im Umgang mit Fehlern

APFL

$$8 + 5 = 12$$

ZWAI

$$9 + 6 = 14$$

BUTA

$$17 - 4 = 12$$

- Fehler sind
 - Fenster in die Denkweisen der Kinder
 - Bestandteile eines konstruktiven Lernprozesses

Fehler sind...



- normal
- „sinnvoll“
- manchmal gar nicht fehlerhaft

Fehler sind normal



- Im Alltag selbstverständlich
- Wichtig, um den Weg durch eine Struktur zu finden
- Ausgangspunkte zum Weiterlernen

Fehler sind „sinnvoll“



- Selten zufällig, meist stecken vernünftige Überlegungen dahinter
 - Übertragung von Prozeduren
 - Fehlermuster

Fehler sind „sinnvoll“



- Übertragung von Prozeduren

$$x \cdot 24 = x \cdot 20 + x \cdot 4$$

$$\text{also } x : 24 = x : 20 + x : 4$$

$$24 \cdot x = 20 \cdot x + 4 \cdot x$$

$$\text{also } 24 : x = 20 : x + 4 : x$$

$$55 + 55 = 50 + 60$$

$$\text{also } 55 \cdot 55 = 50 \cdot 60$$

Fehler sind „sinnvoll“



- Fehlermuster
 - bestimmte Fehlerphänomene treten gehäuft auf
 - hinter den Fehlerphänomenen ist eine gewisse Systematik zu erkennen (bei strukturell gleichen Aufgaben treten auch strukturell gleiche Fehlerphänomene auf)

Fehler sind „sinnvoll“



- Ein **Flüchtigkeitsfehler** liegt vor, wenn ein Fehler, auf den der Schüler aufmerksam (gemacht) wird, auf Anhieb korrigiert werden kann.
Mögliche Ursachen
 - Unaufmerksamkeit (mangelnde Konzentration),
 - Überlastung des Arbeitsgedächtnisses (fehlende Automatisierung)
- Ein **systematischer Fehler** liegt vor, wenn ein Schüler (weitgehend) stabil nach einem bestimmten Fehlermuster rechnet. (subjektive Logik)
- Ein großer Teil der Fehler im Mathematikunterricht sind systematische Fehler (Radatz 1980).

Fehlermuster



- „... denn Fehlern liegt meist eine bestimmte Lösungstechnik, eine eingeschliffene Denkstrategie der Schüler zugrunde. Insofern sind Fehler keine Zufallsprodukte, sondern in der Regel Ausdruck einer sehr individuellen Logik der Kinder, der es „auf die Schliche“ zu kommen gilt.“
(Radatz, 1999, S. 9)
- Bedeutung der Fehleranalyse

Fehlermuster – Fehleranalyse



- Zusätzliche Übungsaufgaben (ohne auf Fehler einzugehen) sind bestenfalls sinnlos
- Individuelle Fehlertechniken werden eher gefestigt
- Vorherige Analyse notwendig
 - Schriftliche Schülerlösungen
 - Diagnostische Gespräche
 - „lautes Denken“


Fehlermuster



$$81 + 7 = 87$$

$$81 - 7 = 75$$

$$54 + 3 =$$



So habe ich
gerechnet: ...

Fehlermuster – Übersicht



Falsche Zuordnung der Stellenwerte

$23 + 4 = 26$	$68 + 5 = 74$	$82 + 7 = 88$
$62 + 6 = 32$	$71 + 4 = 21$	$83 + 5 = 43$
$87 + 15 = 72$	$319 + 12 = 307$	$680 + 130 = 550$
$208 + 91 = 209$	$620 + 73 = 690$	$501 + 125 = 606$
$280 + 31 = 590$	$20 + 7 = 90$	$622 + 31 = 932$
$35 + 9 = 34$	$76 + 15 = 81$	$76 + 8 = 74$
$76 + 15 = 19$	$31 + 55 = 14$	$72 + 29 = 20$
$13 + 34 = 56$	$42 + 73 = 79$	$31 + 45 = 85$

Fehler bei Lese- bzw. Schreibrichtung

$38 - 2 = 81$	$69 - 7 = 89$	$87 - 5 = 73$
$30 - 14 = 20$	$205 - 15 = 200$	$80 - 21 = 60$
$80 - 7 = 10$	$53 - 2 = 33$	$90 - 3 = 60$
$27 - 4 = 24$	$82 - 5 = 78$	$96 - 8 = 89$
$65 - 19 = 54$	$63 - 28 = 45$	$92 - 28 = 76$
$56 - 43 = 22$	$73 - 25 = 21$	$84 - 25 = 32$
$27 - 4 = 31$	$28 - 12 = 40$	$85 - 14 = 99$

Falsche Zerlegung Stellenwerte

$9 \bullet 6 = 51$	$9 \bullet 5 = 41$	$9 \bullet 4 = 31$
$7 \bullet 8 = 53$	$6 \bullet 7 = 41$	$7 \bullet 6 = 43$
$5 \bullet 50 = 255$	$6 \bullet 700 = 4266$	$8 \bullet 60 = 488$
$30 \bullet 30 = 90$	$20 \bullet 300 = 600$	$700 \bullet 20 = 140$
$7 \bullet 4 = 24$	$8 \bullet 6 = 42$	$7 \bullet 5 = 30/40$
$3 \bullet 8 = 26$	$8 \bullet 7 = 58$	$6 \bullet 7 = ???$

Vertauschen der Rechenoperationen

$720 : 8 = 9$	$2000 : 50 = 400$	$800 : 20 = 4/400$
$12 : 4 = 4$	$24 : 3 = 7$	$36 : 6 = 5/7$
$30 : 6 = 2$	$400 : 8 = 20$	$300 : 6 = 20$
$9045 : 9 = 10005$	$155 : 5 = 301$	$848 : 8 = 1006$

Zählfehler

Fehler beim Rechnen mit Null

Falsches Aufsagen der Reihen

Probleme mit Zehnerpotenzen



- betreffen nicht nur das halbschriftliche Rechnen

Fehlermuster



ZUM AUSPROBIEREN

Jeweils zwei nebeneinander stehende Aufgaben sind nach dem gleichen Lösungsprinzip berechnet worden. Finden Sie es heraus? Können Sie es bei der jeweils dritten Aufgabe anwenden? Lösungshinweise finden Sie in den Anmerkungen.

a.	$\begin{array}{r} 618 \\ + 782 \\ \hline 1112 \end{array}$	$\begin{array}{r} 563 \\ + 545 \\ \hline 118 \end{array}$	$\begin{array}{r} 612 \\ + 395 \\ \hline \end{array}$	b.	$\begin{array}{r} 854 \\ + 432 \\ \hline 286 \end{array}$	$\begin{array}{r} 336 \\ + 845 \\ \hline 181 \end{array}$	$\begin{array}{r} 609 \\ + 892 \\ \hline \end{array}$
c.	$\begin{array}{r} 854 \\ + 432 \\ \hline 422 \end{array}$	$\begin{array}{r} 308 \\ + 291 \\ \hline 17 \end{array}$	$\begin{array}{r} 598 \\ + 209 \\ \hline \end{array}$	d.	$\begin{array}{r} 308 \\ + 291 \\ \hline 509 \end{array}$	$\begin{array}{r} 184 \\ + 750 \\ \hline 930 \end{array}$	$\begin{array}{r} 7045 \\ + 2938 \\ \hline \end{array}$

(Spiegel/Selter, 2004, S. 39)

Fehler sind manchmal gar nicht fehlerhaft



- Erwachsene verwenden teils verwirrende Aussagen „Ich ziehe 8 von 20 ab“

Von 63 Kindern schickt jedes Kind einen Luftballon weg.
37 Kinder bekommen Antwort.
Wie viele Kinder bekommen keine Antwort?

*„Das habe ich ganz einfach gemacht:
Ich habe erst 63 minus 20 gerechnet, das waren 43.
Und dann habe ich erst plus 5 gerechnet, das waren 38,
noch plus 1 waren 37.“*

(Spiegel/Selter, 2004, S. 39)

$$63 - 20 = 43$$

$$63 - (20 + 5) = 38$$

$$63 - (20 + 5 + 1) = 37$$

Umgang mit Fehlern



- Positive Lernatmosphäre
- Fehler als Bestandteil jedes Lernens
- Behutsam auf vermeintliche Fehler reagieren
 - Unkorrigierter Fehler führt nicht sofort zu bleibendem Schaden
- Erwachsene sind nicht nur Erklärende sondern auch Verstehende

Literatur



Radatz, Hendrik (1983): Handbuch für den Mathematikunterricht an Grundschulen. Hannover: Schroedel

Radatz, Hendrik u.a. (1998): Handbuch für den Mathematikunterricht (2. Schuljahr). Hannover: Schroedel

Radatz, Hendrik u.a. (1999): Handbuch für den Mathematikunterricht (3. Schuljahr). Hannover: Schroedel

Spiegel, Hartmut und Selter, Christoph (2004): Kinder und Mathematik. Was Erwachsene wissen sollten. Seelze: Kallmeyer



Vielen Dank für Ihre Aufmerksamkeit!

sprenger@ph-ludwigsburg.de